

文章编号: 1000-7598-(2004) 10-1531-06

石窟薄层顶板破坏的早期潜在原因分析

王芝银¹, 李云鹏¹, 杨志法², 牟会宠²

(1 石油大学 石油天然气工程学院, 北京 102249; 2 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029)

摘 要: 为了探讨导致某石窟 4 号洞顶板破坏的最初潜在原因, 根据石窟变形破坏规律及结构边界条件, 采用粘弹性薄板理论, 给出了广义开尔文模型下岩层的粘弹性变形、应力解析解。为了在任意一时刻给出全域应力、位移的分布状态, 提出了一种解析解全域逐点搜索法, 将全域划分细密网格, 用所建立的解析解计算每小区中点的应力及网格点位移值。通过分析计算, 给出了石窟顶板随时间变化的位移场、变形规律及顶板可能产生受拉破坏的变化规律, 其中, 有两处的受拉区分界线与现在的破坏裂缝线基本吻合, 说明石窟成形初期, 因内能释放而产生的受拉区及其边界分界线是后来真正破坏的早期潜在不稳定源。这一结论对保护和维持石窟稳定性具有实际参考意义。实例表明, 所建立的模型及分析方法是正确和合理的, 方法及结论均具有通用性。

关 键 词: 石窟; 薄板理论; 粘弹性; 拉破坏

中图分类号: TU452; TB115

文献标识码: A

Analysis of initial latent causes for grotto roof damage

WANG Zhi-yin¹, LI Yun-peng¹, YANG zhi-fa², MOU Hui-chong²

(1. University of Petroleum, Beijing 102249, China; 2. Institute of Geology and Geophysics, CAS, Beijing 100029, China)

Abstract: In order to research into initial latent causes of roof damage for some Grotto No.4, the viscoelastic thin plate theory is used for setting up analytical solution of viscoelastic deformation and stress for the generalized Kelvin model, based on the laws of deformation and damage and structural boundary conditions for Grotto No.4. To obtain the stress field and the displacement field of whole region at any time, a searching method of analytical total area point by point is presented, in which total region is divided into many small zones and each zone stress and each gridpoint displacement are calculated by given analytic formulas. By calculation and analysis, the displacement field and varied deformation and tensile damage region with time are given for the grotto top plate, where two dividing lines of possible tensile damage region are almost identical with in-situ measurement. This shows the boundaries of initial tensile region are unstable source of later real damage. The conclusion is useful to protecting and maintaining the grottoes. The case analysis has shown that presented model and analytical method are correct and rational. The method and conclusion can be in common use.

Key words: grotto; thin plate theory; viscoelasticity; tensile damage

1 引 言

某石窟位于我国河北省内, 其始建于北齐(公元 550 年 577 年), 现存 7 个雕有(塑)精美佛像的洞窟。据考证, 它是我国仅存的北齐时期规模最大且保存最完整的雕刻艺术宝库。图 1(a)给出了 4~6 号洞窟的结构布局情况。由于长期的自然因素、环境因素和人为因素的影响与作用, 使石窟产生了严重的变形和破坏, 尤其是其中的 4 号石窟。据现场勘察, 4 号石窟洞顶近似为平顶(如图 1(a)所示),

横截面跨度较大。在早期的开挖释放荷载、长期的自重和各种自然因素(如地震、降雨等)的作用影响下顶板产生了严重的破坏与破裂现象, 如图 1(b)所示。顶板被 4 条裂隙切割成 7 个区域, 处于极不稳定状态。为了探讨导致石窟顶板破坏的最初潜在原因及现阶段影响石窟顶板稳定性的主要因素, 对 4 号石窟顶板目前出现的破坏现象进行了深层次的远期分析推断。文中采用解析分析法, 其中边界条件的确定, 是根据对几种边界约束条件下的分析、计算与实际比较后给定的。当然, 这种简化分析方

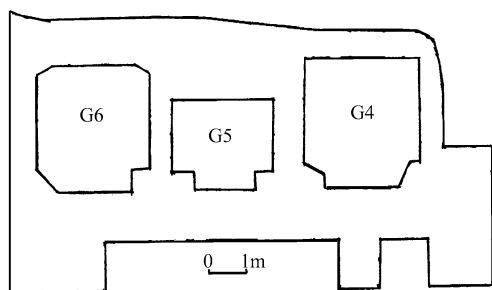
收稿日期: 2003-07-16

修改稿收到日期: 2003-11-19

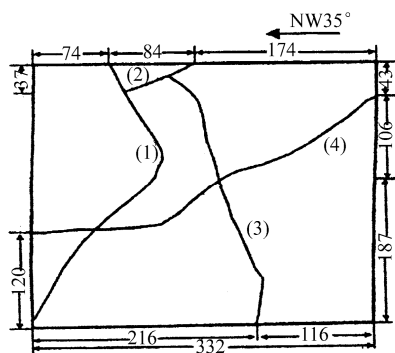
基金项目: 国家自然科学基金资助(NO 40272112, 50374049)。

作者简介: 王芝银, 女, 1956 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土力学与工程方面的教学与科研工作。E-mail: wangzy996@163com

法及模型与实际结构有一定的差异,但其所得结论简单明确,且能有效的说明导致 4 号石窟顶板破坏的早期潜在原因。因此,通过对 4 号石窟顶板进行的理论分析,可得到一些有意义的研究结论,为石窟采取合理的治理方案,提供理论依据和参考。



(a) 石窟 4, 5, 6 号洞结构布局示意图



(b) 石窟 4 号洞顶板裂缝分布图

图 1 分析模型示意图(单位:mm)
Fig.1 Sketch of analytical model(unit:mm)

2 石窟薄层顶板的粘弹性力学模型

根据现场对石窟的实测资料及图 1 (a) 所示结构图可知,石窟 G4 的顶板厚度为 0.7 m,长度和宽度的尺寸分别为 3.36, 3.32 m。由计算顶板厚度与最小宽度的比值可知,顶板可近似简化为薄板模型^[1]。考虑石窟及其顶板可能在经长期变形后才发生破坏,故利用薄板粘弹性理论对石窟 G4 顶板早期的力学行为进行理论分析。首先找出弹性解,再根据粘弹性对应原理,通过拉普拉斯变换与逆变换,最后得到粘弹性解^[2~8],实现对石窟 G4 顶板长期变形的理论分析。

2.1 岩层弹性位移及应力

由顶板与周围岩体之间的相互依附关系,根据现场勘测资料、顶板的变形破坏形态以及图 1 (a) 所示的结构特点,忽略边墙变形,对顶板的边界条件作简化处理。图 1 (b) 中,上、下边界为 4 号洞两侧边界,侧面边界取为简支;左边界为 4 号洞的

底边界,受两侧岩体及其后方岩体约束作用,不仅在 x, y 向产生的位移很小,而且在此处 x, y 面产生的转角也极小,因此可假设为夹支,右边界为洞口则取为自由边。坐标系: x 轴沿下边界向右为正方向, y 轴沿左边界向上为正方向, z 轴向上为正方向。故此,由薄板弯曲理论,选取满足边界条件的近似弹性位移函数,并由瑞次法得到弹性位移的表达式为

$$w = \frac{c_0}{D} \left(\frac{x}{a} \right)^2 \sin \frac{\pi y}{b} \quad (1)$$

式中 a 为板长(x 向长度); b 为板宽(y 向长度)。

$$\text{而 } c_0 = \frac{2qa^4}{3\pi \left(2 + \left(\frac{4}{3} - 2\mu \right) \left(\frac{a\pi}{b} \right)^2 + \frac{1}{10} \left(\frac{a\pi}{b} \right)^4 \right)} \quad (2)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \quad (3)$$

式中 E 为板的弹性模量; μ 为板的泊松比; h 为板的厚度; q 为作用在板面上的面力及板内体力之和。

根据内力计算公式,得到岩层薄板下边缘处的弹性各应力分量为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{6c_0}{h^2 a^2} \left(2 - \frac{\mu \pi^2}{b^2} x^2 \right) \sin \frac{\pi y}{b}; \\ \sigma_y &= -\frac{6c_0}{h^2 a^2} \left(-\frac{\pi^2}{b^2} x^2 + 2\mu \right) \sin \frac{\pi y}{b}; \\ \tau_{xy} &= -\frac{12c_0}{h^2 a^2} (1-\mu) \left(\frac{\pi x}{b} \right) \cos \frac{\pi y}{b} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2.2 岩层粘弹性位移和应力

对于岩层薄板的粘弹性位移和应力,借助于粘弹性力学中的对应原理,利用岩层薄板的弹性解,将其变换到拉普拉斯空间,得到在拉氏象空间中的粘弹性表达式,然后再取拉氏逆变换,即可得到岩板的粘弹性位移和应力分量。

对应原理中的 2 个重要公式为弹性模量和泊松比对应于在象空间中的 $\bar{E}(s)$, $\bar{\mu}(s)$ 表达式。在粘弹性理论中,已经给出了可供进行拉氏变换采用的 $\bar{E}(s)$, $\bar{\mu}(s)$ 表达式。为了使在粘弹性分析中在时间为零条件下得到与弹性解完全相同的解,本文对粘弹性三维本构关系采用与弹性对应关系类似形^[5,8],给出 $\bar{E}(s)$, $\bar{\mu}(s)$ 的表达式为^[5]

$$\bar{E}(s) = \frac{9\bar{Q}'\bar{Q}''}{3\bar{P}'\bar{Q}'' + \bar{P}''\bar{Q}'}; \quad \bar{\mu}(s) = \frac{3\bar{P}'\bar{Q}'' - 2\bar{P}''\bar{Q}'}{2(3\bar{P}'\bar{Q}'' + \bar{P}''\bar{Q}')} \quad (5)$$

式中 $\overline{P'}$, $\overline{P''}$, $\overline{Q'}$, $\overline{Q''}$ 为与采用的粘弹性模型有关的微分算子在相空间中的表示形式。

对于广义开尔文模型:

$$\overline{P'} = 1 + \frac{\eta}{G_0 + G_1} S; \quad \overline{Q'} = \frac{G_0 G_1}{G_0 + G_1} \left(1 + \frac{\eta}{G_1} S \right) \quad (6)$$

当不考虑静水压力部分产生的粘性变形时

$$\overline{P''} = 1; \quad \overline{Q''} = K \quad (7)$$

式中 G_0 为弹性剪切模量; G_1 , η 分别为对应于开尔文模型的粘弹性剪切模量和粘性系数; K 为弹性体积模量; S 为拉氏相变量。

将荷载 q 视为均布突加荷载 $q_0 H(t)$, 对式(1)~(4)作拉普拉斯变换后, 把式(6)和式(7)代入化简, 经繁琐的运算与推导, 并取拉氏逆变换得到岩层薄板的粘弹性解。粘弹性弯曲位移表达式为

$$w(x, y, t) = \frac{4q_0 a^2}{\pi h^3} \left(A_0 + \frac{A_1}{a_1} e^{-\frac{G_1 t}{\eta}} + \frac{A_2}{a_3} e^{-\frac{a_4 t}{a_3}} \right) x^2 \sin \frac{\pi y}{b} \quad (8)$$

$$\text{式中 } a_1 = G_0; \quad a_2 = \frac{G_0 G_1}{\eta};$$

$$a_3 = 2(3K + G_0) \left[2 + \frac{4}{3} \left(\frac{a\pi}{b} \right)^2 + \frac{1}{10} \left(\frac{a\pi}{b} \right)^4 \right] -$$

$$2(3K - 2G_0) \left(\frac{\pi a}{b} \right)^2;$$

$$a_4 = \left[2(3K + G_1) \left[2 + \frac{4}{3} \left(\frac{a\pi}{b} \right)^2 + \frac{1}{10} \left(\frac{a\pi}{b} \right)^4 \right] - \right.$$

$$\left. 2(3K - 2G_1) \left(\frac{\pi a}{b} \right)^2 \right] / T_r;$$

$$A_0 = \frac{3K + 4G_1}{T_r G_1 a_4}; \quad A_1 = \frac{-G_0}{2G_1 \left[2 + \frac{4}{3} \left(\frac{a\pi}{b} \right)^2 + \frac{1}{10} \left(\frac{a\pi}{b} \right)^4 \right]};$$

$$A_2 = \frac{3K + 4G_0}{G_0} - a_3 \left(A_0 + \frac{A_1}{G_0} \right)$$

$$\text{其中, } G_1 = \frac{G_0 G_1}{G_0 + G_1}; \quad T_r = \frac{\eta}{G_0 + G_1}.$$

粘弹性各应力分量为

$$\sigma_x = -\frac{4q_0 a^2}{\pi h^2} \frac{a_5}{a_3} \left[1 + \left(\frac{a_3 a_6}{a_4 a_5} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{a_4 t}{a_3}} \right) \right] \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$\sigma_x = -\frac{4q_0 a^2}{\pi h^2} \frac{a_7}{a_3} \left[1 + \left(\frac{a_3 a_8}{a_4 a_7} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{a_4 t}{a_3}} \right) \right] \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$\tau_{xy} = -\frac{8q_0 a^2}{h^2 b} \frac{3k + 4G_0}{a_3}.$$

$$\left[1 + \left(\frac{a_3(3k + 4G_1)}{a_4 T_r(3k + 4G_0)} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{a_4 t}{a_3}} \right) \right] x \cos \frac{\pi y}{b}$$

(9)

式中 $a_5 = 4(3K + G_0) - (3K - 2G_0)(\pi x/b)^2$;

$$a_6 = [4(3K + G_1) - (3K - 2G_1)(\pi x/b)^2] / T_r;$$

$$a_7 = 2[(3K - 2G_0) - (3K + G_0)(\pi x/b)^2];$$

$$a_8 = 2[(3K - 2G_1) - (3K + G_1)(\pi x/b)^2] / T_r$$

3 岩层薄板粘弹性解析全域分析法

对于以上建立的公式, 当给定某点的坐标值后, 可计算分析该点依赖于时间的应力和位移, 并根据应力状态判断其受力状态。由此可见, 对于解析分析法, 一般只能给出指定点的各种状态或曲线, 而不能直接直观地给出全域的变化趋势图。为此, 本文提出一种全域解析搜索法, 将以上所建立的公式编写为计算机程序, 划分研究区域为细密网格小区(zones)集, 网格交点为 gridpoints, 在全域内进行逐点搜索计算, 得到每个小区中点的应力和各网格点的位移值, 选择强度理论模型进行区域状态分析判断, 给出各区域的应力状态特征, 并由此形成研究区域应力状态图, 位移趋面图等。

对于图 1 所示 4 号石窟顶板岩层的简化薄板模型, 考虑石窟开挖释放荷载对顶板产生的影响, 在计算横向荷载时, 不仅考虑顶板的自重(27 kPa/m), 同时计入顶板下板面上(0.7 m 处)的开挖释放荷载, 即 0.7×27 kPa。采用的弹性模量为 4.8 GPa, 泊松比为 0.3, 粘弹性剪切模量和系数分别为 2.6 GPa 和 31.5 GPa/d。为了在计算过程中判断任意时刻的受拉区和各 zone 的受力状态, 采用全域解析搜索法, 将薄板划分为 6 972 个 zones, 7 140 个 gridpoints。用于判断的塑性屈服条件采用 Drucker-Prager 模型(仅作判断, 不作弹塑性分析)。对受拉区的划分有两种形式, 一种是凡处于受拉状态的 zone 均可作为受拉区的组成小区; 另一种是给定一个拉应力值(如岩层的抗拉强度), 凡大于等于这个给定值的受拉 zone 均可作为受拉区的组成小区。本例中采用了后者, 其中给定的抗拉强度取自室内岩块试验值的 1/10, 即为 0.588 MPa, 室内单轴抗压强度的 1/10 为 11.196 MPa, 抗剪强度参数的 c, φ

值由已知的抗压和抗拉强度值及莫尔-库仑条件导出,分别为 1.326 MPa 和 64.1848° 。计算到近 2 个月变形基本趋于稳定值,且一直没有出现塑性区。采用 WINSURFER 科技绘图软件,对上述计算获得的离散区域各物理量进行图形处理,给出部分结果如图 2~11 所示。图 2~5 其水平方向为 x 坐标(板长方向),竖直方向为 y 坐标(板宽方向);图 6 和图 7 的水平面为将 XY 平面旋转 90° 后的位置,坐标同前几图,而垂直于该面的坐标为板的挠度变化值。

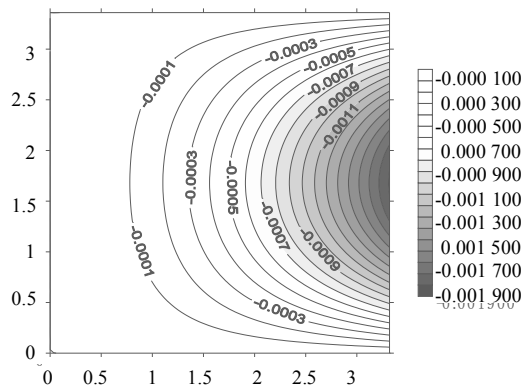


图 2 $t=0$ d 时的位移等值线图(单位: m)

Fig.2 The displacement contours at $t=0$ days(unit: m)

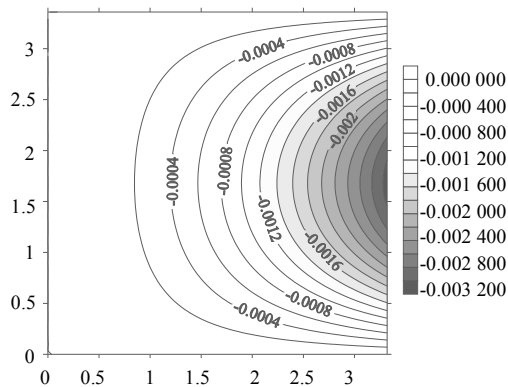


图 3 $t=100$ d 时的位移等值线图(单位: m)

Fig.3 The displacement contours at $t=100$ days (unit:m)

4 计算结果分析

4.1 变形趋势规律分析

由图 2 和图 3 中 2 个特殊时段的石窟顶板重直位移等值线图可见,随着时间的推移,变形呈逐渐增加的趋势。由于受到顶板周边约束的限制,洞口顶板中点区域成为变形最大区域是显然的。

图 4 和图 5 的变形(位移)矢量场以及图 6,

图 7 所示的顶板变形趋势面图印正了这一规律。由图 8 中顶板自由边正中附近不同点位移随时间的变化曲线可见,变形在不到 2 个月均趋近于稳定值,图 8 中 a 线为偏离中心点 32 cm 处的变形曲线, b 线为偏离中心点 16 cm 处的变形曲线, c 点为中心点, d 点距中心点为 4 cm。在洞口自由边,沿垂直方向的变形规律见图 9,图中 a 线为 $t=0$ 时自由边的变形曲线; b 线为 $t=50$ d 时自由边的变形曲线, c 线为 $t=100$ d 时自由边的变形曲线。由图 9 可见随着时间的变化,在近 50 d 左右后洞口竖向位移几乎处于稳定值状态,这也许是该石窟长期稳定的原因之一。

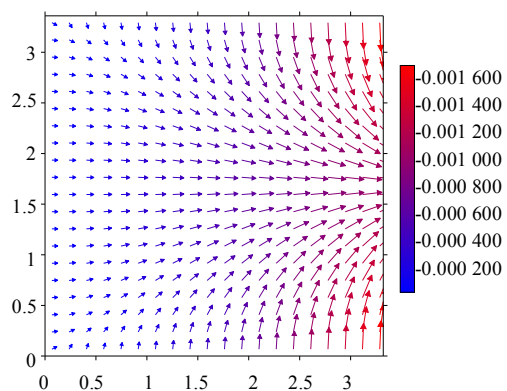


图 4 $t=0$ d 的位移场图

Fig.4 The displacement vectors at $t=0$ days

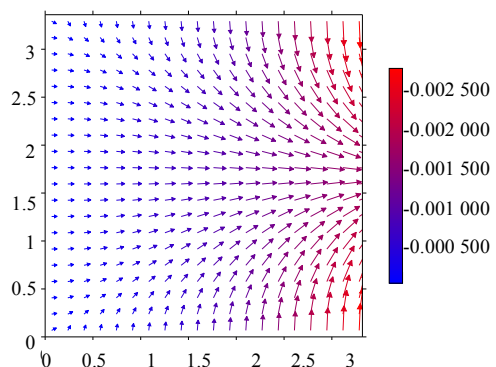


图 5 $t=100$ d 的位移场图

Fig.5 The displacement vectors at $t=100$ days

4.2 受拉区分析

图 10, 图 11 分别为 $\sigma_1 \geq 0.588$ MPa 时顶板下板面受拉区和 $\sigma_1 \geq 0.15$ MPa 时顶板下板面受拉区图。其中 3 区为双向受拉区,即主应力 σ_1, σ_2 均大于等于给定的受拉指标值; 2 区为单向受拉区,即只有主应力 σ_1 大于等于给定的受拉指标值。受拉区 $\sigma_1 \geq 0.15$ MPa 指标是利用图 1(b)中上边界左侧裂缝到左上角点的距离为 74 cm 进行反算而获得的。

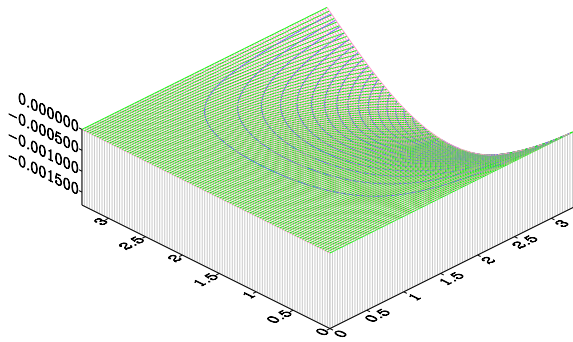
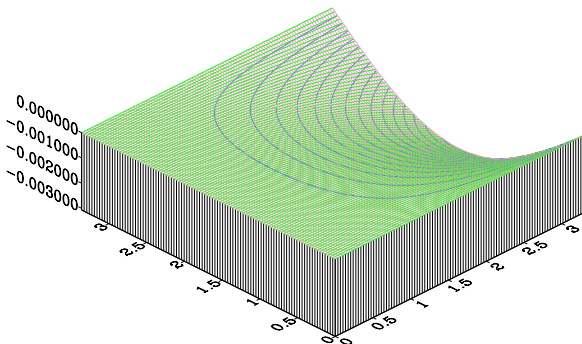
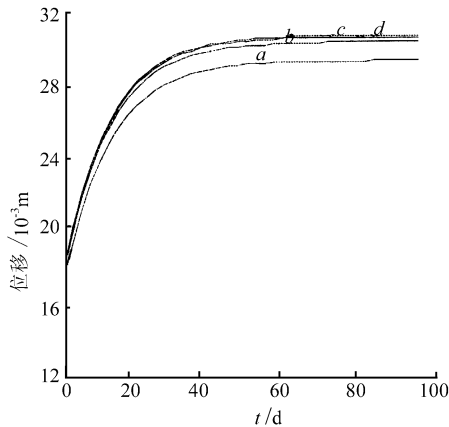
图 6 $t=0$ d 的位移趋势面图Fig.6 The displacement grade surface at $t=0$ day图 7 $t=100$ d 时的位移趋势面图Fig.7 The displacement grade surface at $t=100$ d

图 8 顶板自由边正中附近点位移随时间变化曲线

Fig.8 The displacement time curves of middle points at free edge

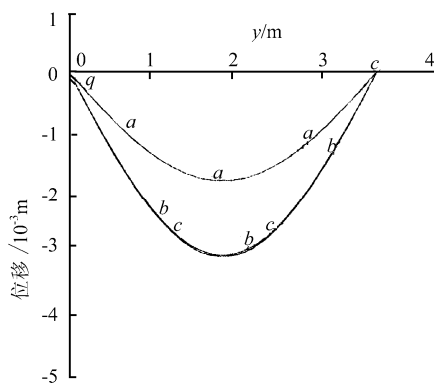
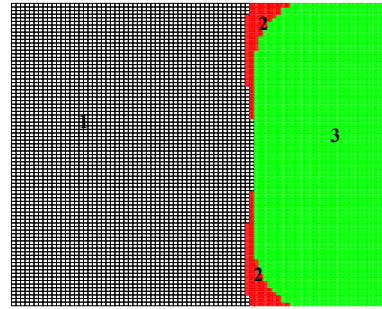
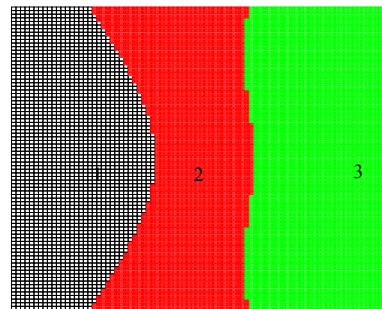


图 9 顶板自由边位移随时间的变化曲线

Fig.9 The displacement curves of free edge with time

图 10 $\sigma_1 \geq 0.588$ MPa 时顶板下板面受拉区Fig.10 The tensile area at $\sigma_1 \geq 0.588$ MPa图 11 $\sigma_1 \geq 0.15$ MPa 时顶板下板面受拉区Fig.11 The tensile area at $\sigma_1 \geq 0.15$ MPa

由图 1 所示的石窟顶板破坏开裂线与图 10 及图 11 所示石窟顶板下板面受拉区分析对比可知,顶板上边界左侧受拉边界线距上左侧角点为 72 cm,这与实际量测的 74 cm 十分接近;而洞口左侧即(图 1)右下方左侧的裂缝距右下角点为 116 cm,计算结果(图 11)中的尺寸为 120 cm。在这 2 个相近裂缝处均有沿横向的受拉曲线,这也和现场实测结果图 1 有一定的相似性。在实际计算中,受拉区的单元并未彻底破坏,最初岩板下板面沿某方向达到抗拉强度,以后随时间变化。随着受拉区边界上变形不断增加,应力状态也不断达到新的状态,受拉区,向板内发展,呈多向受拉状态。但 50 d 后变形趋于稳定,应力不再变化,按本文所取参数的计算结果,石窟顶板并没有真正出现破坏掉落。

根据图 1(b)所示实际现场的破坏现象可以设想,在石窟形成并变形趋于稳定后,虽然围岩具有受拉区但并未破坏,而且长期处于稳定状态。可能由于某一历史时期地震或其他人为因素或自然因素,使得原本处于大面积受拉状态中的应力应变突然发生较强烈的变化与发展,尤其是顶板受拉区向板内部延深,使顶板大范围沿其垂直方向均处于受拉状态,并沿原受拉边界产生真正的裂缝和扩展,形成图 1(b)所示的破坏状态图。因此,最初产生受拉区及其边界是后来真正破坏的早期潜在不稳定源。

5 结 论

(1) 文中采用粘弹性矩形薄板理论,对某石窟 4 号洞的顶板破坏形成的早期潜在原因进行了分析探讨,并采用全域解析逐点搜索法给出了全域应力场、变形场及受拉区域图。所给变形及受拉区分界线与实际情况有一定的相似之处,特别在顶板的两处开裂位置吻合较好,由此可见,文中所建理论分析模型趋于合理且有一定的实用意义。

(2) 由分析所得的破坏及变形趋势规律可见,开挖后变形初期产生的受拉区及其边界分界线是后来真正破坏的早期潜在不稳定源。

(3) 结论(2)虽然来自于 4 号石窟顶板的变形分析,但对类似的其它石窟分析与保护具有普遍参考意义。

(4) 文中部分结论和实际情况的差异(如破坏规律),主要产生于在计算中没有考虑历史上本地区的地震及当时开挖方式与其它自然或人为因素的影响,对于这些问题,由于目前无法考证,因而现在仍不能作合理的分析。更符合实际的探讨有待于进一步深入考查和研究。

(5) 文中采用的全域解析逐点搜索法,简单有效,弥补了解析法的不足,且分析结果接近于有限元法后处理效果。

参 考 文 献

- [1] 徐芝纶, 弹性力学(下册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1982.
- [2] 克里斯坦森 RM. 粘弹性力学引论[M]. 郝松林, 老亮译. 北京: 科学出版社, 1990.
- [3] 张淳源, 张伟民. 非线性粘弹性弹性本构关系的对应原理[A]. 流变学进展[C]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1999, (11): 237—241.
- [4] 周维垣. 高等岩石力学[M]. 北京: 水利电力出版社, 1990. 196—199.
- [5] 于学馥, 郑颖人, 刘怀恒, 等. 地下工程围岩稳定性分析[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1983.
- [6] 杨志法, 王思敬, 冯紫良, 等. 岩土工程反分析原理及应用[M]. 北京: 地震出版社, 2002. 199—200.
- [7] PAN Yi-wen, HUANG Zeng-lin. Modeling time-dependent behavior of rock tunnel[A]. **Proceedings of International Symposium on Application of Computer Methods in Rock Mechanics and Engineering**[C]. Xi'an: Shaanxi Science and Technology Press, 1993. 145—150.
- [8] J.C. 耶格, N.G.W. 库克. 岩石力学基础[M]. 中国科学院工程力学研究所译. 北京: 科学出版社, 1981.
- [9] 石力学与工程学报, 2002, 21(6): 787—791.
- [10] XU Wei-ya, WEI Li-de. Study on statistical constitutive model for damage rock[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21 (6): 787—791.
- [6] WENG G J. The overall elastoplastic stress-strain relations of dual-phase metals[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1990, 38(3): 419 —441.
- [7] Frantziskonis G, Desai C S. Constitutive model with strain softening[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 1987, 23(6): 733—768.
- [8] 朱珍德, 张爱军, 徐卫亚. 脆性岩石全应力-应变过程渗流特性试验研究[J]. 岩土力学, 2002, 23 (5): 555—563.
- [9] ZHU Zhen-de, XHANG Ai-jun, XU Wei-ya et al. Experimental research on complete stress-strain process seepage characteristics of brittle rock statistical constitutive model for damage rock[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(5): 555—563.
- [9] Mura, T. Micromechanics of Defects in Solids[M]. **Martinus Nijhoff, Dordrecht**. 1982.
- [10] 周维垣. 高等岩石力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1990.
- [1] SUNQ P, HWANG KC, YU SW. Keh-Chih A micromechanics constitutive model of transformation plasticity with shear and dilatation effect[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1991, 39(4): 507 —524.
- [2] QING PING SUN, KEH CHIH HWANG. Modeling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys—I derivation of general relations[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1993, 41(1): 1—17.
- [3] Khoroshun L P, Nazarenko L V. A model of the short-term damageability of a transversally isotropic material[J]. **International Applied Mechanics**, 2001, 37(1): 66—74.
- [4] 曹文贵, 方祖烈, 唐学军. 岩石损伤软化统计本构模型之研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(6): 628—633. CAO Wen-gui, FANG Zu-lie, TANG Xue-jun. A study of statistical constitutive model for soft and damage rock[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1998, 17 (6): 628—633.
- [5] 徐卫亚, 韦立德. 岩石损伤统计本构模型的研究[J]. 岩

上接第 1530 页

参 考 文 献